

Tételbizonyítás az ítéletkalkulusban

1. Feladat:

Döntse el, hogy az alábbi jelsorozatok formulák-e!

- a) $(P \wedge Q)R \neg S$;
- b) $(P \wedge Q) \rightarrow R$;
- c) $((R \rightarrow P) \wedge \neg P)$;
- d) $((\neg P) \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \vee S)$.

2. Feladat:

Írja fel a következő összetett ítélet formuláit a konjunkció, a diszjunkció és a tagadás jelével!

- a) Pista vagy Jóska a ludas, de ketten együtt nem.
- b) A és nem B, vagy B és nem A.
- c) A vagy B, de A nem.
- d) Sem A, sem B.
- e) A és B közül legfeljebb az egyik.
- f) A és B közül legalább az egyik.
- g) Nincsen pénzem, se dohányom.
- h) Lement a Nap, de a csillagok nem jöttek.
- i) Bor Zoltán ott volt, azonban lehetetlen, hogy Inka Pál Bor nélkül lett volna ott.

3. Feladat:

Írja le logikai jelekkel a következő ítéleteket!

- a) Vagy az eső esett, vagy a szél fújt.
- b) Ha süt a nap, nem látszanak a csillagok.
- c) Matyi két játszma közül legalább az egyiket megnyeri.
- d) Hétfőn vagy kedden elutazom.
- e) Talán Erzsit vagy Jóskát viszem magammal.
- f) Léc Rudi vagy Mara Tóni bejut a döntőbe.
- g) Bordás Bence énekből és tornából jelest kap.
- h) Két dudás egy csárdában nem fér, egy viszont szükséges.
- i) Vagy Pétert, vagy Pált, vagy egyiket sem viszem el kirándulni.

- j) Sem Pétert, sem Pált nem viszem el kirándulni.
- k) Nem igaz, hogy Pétert vagy Pált elviszem.
- l) Ha az órarugó eltörött, az óra megáll.
- m) Ha egy szám négyvel osztható, akkor páros.
- n) Egy szám vagy páros, vagy nem osztható négyvel.
- o) Vagy alszanak, vagy süketek.

4. Feladat:

Az $A = (P \wedge Q) \rightarrow (R \leftrightarrow \neg S)$ formula két lehetséges interpretációja a következő:

$$I_1(P, Q, R, S) = (i, i, h, h)$$

$$I_2(P, Q, R, S) = (h, i, i, h).$$

A műveleti jelek igazságértékeit tartalmazó táblák segítségével határozza meg az A formula igazságértékét az I_1 és I_2 interpretációban.

Ezen kiértékelés után eldönthető-e, hogy

- a) kielégíthető-e,
- b) érvényes-e,
- c) kielégíthetetlen-e a formula.

5. Feladat:

Egy bűntény elkövetésével B. Ödönt gyanúsítják. A bűnügyben két tanút hallgatnak ki. Az egyik tanú vallomásából az derül ki, hogy a bűntett vagy sötétben történt, vagy B. Ödön a tettes, azonban az sincs kizárva, hogy B. Ödön sötétben tevékenykedett. A másik tanú határozottan állítja, hogy B. Ödön világosan nem követhette el a bűncselekményt.

- a) Hogyan okoskodtak a nyomozók?
- b) Lehet-e mindkét tanúvallomás igaz?
- c) Másnap az első tanú, arra való hivatkozással, hogy őt Gumó Ubul, a másik gyanúsított megfenyegette, és ezért hamisan vallott, megváltoztatja a vallomását, mégpedig pontosan az ellenkezőjére: „Nem igaz, hogy a bűntény vagy sötétben történt, vagy B. Ödön volt a tettes” – diktálta jegyzőkönyvbe. Milyen új helyzet áll elő?